

## **Analisis Kesalahan Operasi dan Kesalahan Prinsip Mahasiswa dalam Menyelesaikan Soal Geometri Analitik Ruang**

**Syamsuddin Mas'ud**

Matematika, MIPA– Universitas Negeri Makassar

syamsuddinm@unm.ac.id

*Received: 18<sup>th</sup> September 2021; Revised: 20<sup>th</sup> September 2021; Accepted: 18<sup>th</sup> October 2021*

**Abstrak:** Studi ini ditujukan untuk menggambarkan kesalahan operasi dan kesalahan prinsip mahasiswa dalam menyelesaikan soal-soal geometri analitik ruang. Subjek dari penelitian ini terdiri dari dua mahasiswa Jurusan Matematika Universitas Negeri Makassar. Setiap kesalahan diwakili dengan satu mahasiswa sebagai subjek penelitian. Pengumpulan data dilakukan dengan menggunakan tes dan wawancara mendalam. Instrumen penelitian ini adalah pedoman wawancara dan peneliti. Data dianalisis secara kualitatif, dengan menggunakan tiga tahapan analisis: reduksi data, penyajian data, dan penarikan kesimpulan. Hasil penelitian ini adalah (1) subjek untuk kesalahan operasi salah dalam pengoperasian aritmatika bentuk aljabar yaitu subjek lupa mengoperasikan sebagian dari bilangan atau variabel; dan (2) subjek untuk kesalahan prinsip menganggap bahwa vektor normal setiap bidang sisi tegak prisma saling tegak lurus.

**Kata Kunci:** kesalahan operasi; kesalahan prinsip; geometri analitik ruang.

**Abstract:** This study aims to describe both operation and principle errors of students in solving space analytic geometry problems. The subjects of this research are two students of Mathematics Department of Universitas Negeri Makassar. Each of error (operation and principle errors) is represented by a student. The collecting data were employed by using a tests and a depth-interview. Instruments of this research are Interview guidelines and researcher. Data were qualitatively analyzed, using three stages of analysis: data reduction, data display and concluding. The results of this research are (1) the subject of operation error made mistakes in operating of algebra forms such as forgetting to operate a part of number or variable (2) the subjects of principle error assume that the normal vectors of each side of prisme are perpendicular.

**Keywords:** operation error; principle error; space analytic geometry.

**How to Cite:** Mas'ud .S . (2021). Analisis Kesalahan Operasi dan Kesalahan Prinsip Mahasiswa dalam Menyelesaikan Soal Geometri Analitik Ruang. *Musamus Journal of Mathematics Education*, 4 (1), 1-16.

## **PENDAHULUAN**

Diantara banyaknya bidang ilmu yang ada, matematika merupakan salah satu bidang yang dipandang sulit untuk dipelajari mulai dari tingkat sekolah dasar, menengah, dan bahkan sampai pada tingkat perguruan tinggi. Hal yang sama juga terjadi pada mahasiswa jurusan

matematika universitas negeri makassar (UNM), termasuk ketika mempelajari mata kuliah geometri. Geometri analitik ruang adalah satu diantara beberapa mata kuliah geometri di jurusan matematika UNM yang mempelajari objek-objek geometri dalam ruang dengan meninjau persamaannya.

Berdasarkan observasi sederhana terhadap sejumlah mahasiswa yang telah mengambil mata kuliah Geometri Analitik Ruang, umumnya mereka terkendala saat mencoba membayangkan objek-objek geometri yang dipelajarinya. Objek yang dimaksud diantaranya letak vektor normal dari suatu bidang rata dikaitkan dengan bidangnya, vektor arah garis dikaitkan dengan bidang rata pembentuk garis tersebut.

Salah satu dosen yang mengajarkan mata kuliah geometri analitik ruang menyatakan bahwa nilai ujian mid semester mahasiswa mengindikasikan adanya kesulitan yang mereka alami. Nilai yang diperoleh kebanyakan mahasiswa adalah 6 atau di bawahnya. Sedangkan standar nilai maksimalnya adalah 10. Hal ini menandakan bahwa kebanyakan mahasiswa melakukan kesalahan-kesalahan dalam menyelesaikan soal ujian tengah semesternya. Diantara kesalahan yang dimaksud yakni berupa kesalahan operasi yakni kekeliruan dalam penggerjaan hitung atau aljabar.

Selain kesalahan operasi, beberapa mahasiswa juga sering melakukan kesalahan prinsip, misalkan dalam menurunkan rumus. Kesalahan prinsip yang dimaksud adalah kekeliruan dalam menggunakan asas atau aturan matematika yang menjadi pokok dasar berpikir atau

kesalahan dalam mengaitkan beberapa konsep. Tulisan Hidayat (2019) menyatakan bahwa kesalahan mengaitkan konsep-konsep juga dialami siswa ketika menyelesaikan soal-soal bangun ruang sisi datar.

Beberapa peneliti telah melakukan penelitian tentang kesalahan dalam menyelesaikan soal geometri. Yazidah (2017) menyatakan dalam tulisannya bahwa kesalahan mahasiswa dalam penyelesaian soal pembuktian Geometri Euclid yakni kesalahan konseptual, prosedural, dan kesalahan teknis. Sementara Nanna et al (2020) dalam studinya menyimpulkan bahwa kesalahan mahasiswa PGSD dalam menyelesaikan masalah geometri yaitu kesalahan matematis, logis, dan strategis. Penelitian lain yang cukup relevan juga dilakukan oleh Junaedi (2012) dengan berfokus pada tipe kesalahan mahasiswa dalam menyelesaikan soal-soal geometri analitik berdasarkan Newman's Error Analyis. Sedangkan Imswatama & Muhsanah (2016) menemukan bahwa kesalahan-kesalahan berupa kesalahan konsep, perhitungan, strategi dan sistematik merupakan kesalahan yang dialami mahasiswa dalam menyelesaikan soal geometri analitik bidang. Sedangkan Masud (2020) dalam tulisannya membahas tentang kesalahan fakta dan

kesalahan konsep mahasiswa dalam menyelesaikan soal geometri analitik ruang.

Berbeda dengan penelitian-penelitian yang dipaparkan di atas, yakni membahas kesalahan dalam menyelesaikan masalah geometri secara umum, peneliti disini melakukan studi yang berfokus pada analisis kesalahan operasi dan kesalahan prinsip dalam menyelesaikan soal geometri analitik ruang. Hal ini dianggap menarik untuk dilakukan karena belum banyak studi yang fokus pada kedua bentuk kesalahan tersebut dalam menyelesaikan masalah geometri, khususnya geometri analitik ruang. Oleh karena itu maka perlu dilakukan penelitian untuk mengetahui bagaimana deskripsi kesalahan operasi dan prinsip mahasiswa dalam menyelesaikan soal-soal tentang Geometri Analitik Ruang.

## METODE PENELITIAN

Penelitian ini merupakan penelitian kualitatif deskriptif yang bertujuan untuk menganalisis kesalahan operasi dan prinsip yang dilakukan mahasiswa Jurusan Matematika FMIPA UNM dalam penyelesaian soal-soal geometri analitik ruang. Mahasiswa yang dijadikan subjek penelitian ini yaitu mereka yang telah mempelajari materi untuk ujian tengah semester (materi bidang rata sampai

persamaan bola). Subjek dipilih melalui teknik *purposive sampling*, yaitu dipilih dengan pertimbangan bentuk kesalahan dalam menyelesaikan soal-soal geometri analitik ruang. Selain itu pemilihan subjek juga memperhatikan kemampuan komunikasinya.

Dua orang mahasiswa dilibatkan sebagai subjek penelitian, yaitu satu subjek untuk kesalahan operasi yang selanjutnya disebut dengan SO dan satu subjek untuk kesalahan prinsip yang selanjutnya disebut dengan SP. Pemilihan subjek dilakukan melalui pemberian tes, kemudian mencermati bentuk mahasiswa. Misalkan untuk subjek kesalahan operasi, dilihat dari lembar jawaban mahasiswa yang melakukan sejumlah kesalahan dalam operasi/perhitungan aljabar.

Instrumen yang digunakan dalam penelitian ini adalah peneliti sendiri dan pedoman wawancara yang telah melalui proses validasi isi dan konstruk oleh dua orang ahli, serta instrumen untuk pengelompokan. Instrumen ini berupa tugas yang dirancang sehingga memiliki peluang terjadinya bentuk kesalahan yang menjadi fokus penelitian. Adapun wawancara yang digunakan berupa wawancara semi terstruktur dengan menyesuaikan pertanyaan terhadap keadaan dan ciri unik dari subjek berdasarkan jawaban subjek atas tugas

yang peneliti berikan (Sugiyono, 2011). Pertanyaan-pertanyaan dalam instrumen dikembangkan untuk meminta subjek melakukan konfirmasi terhadap kesalahannya dalam menyelesaikan soal yang diberikan. Soal yang diberikan adalah soal yang berbeda dengan yang digunakan saat pemilihan subjek, namun tetap dirancang sehingga memiliki model soal yang sama-sama memungkinkan munculnya kesalahan yang operasi maupun prinsip. Apabila subjek kesulitan, peneliti akan berupaya menyederhanakan pertanyaannya dengan tidak melupakan inti pertanyaan.

Dalam pengumpulan data, dilakukan transkripsi rekaman wawancara. Kemudian memvalidasinya menggunakan triangulasi waktu. Selanjutnya, dengan tiga tahapan, yaitu reduksi data, penyajian data dan penarikan kesimpulan, data tersebut dianalisis secara kualitatif (Miles & Huberman, 1992)

## HASIL DAN PEMBAHASAN

Hasil dan pembahasan disajikan berdasarkan jenis kesalahan yakni dalam dua bagian (kesalahan operasi dan kesalahan prinsip). Setiap bagian diawali dengan memberikan hasil penelitian yang berupa hasil transkrip wawancara, kemudian dilanjutkan dengan memberikan pembahasannya. Hasil transkrip ini

menggunakan bahasa lokal Sulawesi Selatan untuk memudahkan komunikasi dengan subjek penelitian. Karena itu, penulis memberikan teks versi baku, kecuali pada bagian teks asli yang sudah mudah dipahami. Teks baku ini selanjutnya diletakkan dalam kurung siku.

### 1. Kesalahan Operasi

#### Wawancara Pertama

Berikut ini diberikan beberapa petikan transkrip dari hasil wawancara pertama kepada SO (subjek untuk kesalahan operasi).

**Kode P/J** **Uraian**  
**SO1- J 007** Kita akan menghilangkan nilai C, sehingga nanti yang akan kita peroleh tinggal variabel A, B, dan D. Sementara yang kedua itu kita mau substitusi-eliminasi persamaan (2) dan (3) sama dengan persamaan sebelumnya, yang tinggal hanya variabel A, B, dan D. Jadi nanti kita akan substitusi-eliminasi juga hasilnya yaitu persamaan ke-4 dan ke-5 sehingga diperoleh nilai D-nya.

$$\begin{array}{l}
 \text{Eliminasi persamaan (2) dan (3)} \\
 9A + 3B + 6C = -D \quad | \cdot 4 \quad 36A + 12B + 24C = -4D \\
 3A + 5B + 4C = -D \quad | \cdot 6 \quad 18A + 30B + 24C = -6D \\
 \hline
 18A + 8B = 2D \quad | : 2D \quad D
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 \text{Eliminasi persamaan (4) dan (5)} \\
 3A + 5B = -6D \quad | \cdot 10 \quad 30A + 50B = -60D \\
 12A + 8B = 2D \quad | \cdot 1 \quad 12A + 8B = 2D \\
 \hline
 62B = -58D \quad | : 62 \quad B = \frac{-58}{62} D
 \end{array}$$

**SO1- P 008** Ini kan eliminasi yang pertama, anda eliminasi C-nya, sekarang disini kenapa yang anda eliminasi C-nya lagi? Kenapa bukan yang lain?

**SO1- J 008** Supaya nanti bisa dibandingkan, kan kalau disini muncul variabel C, nanti akan bertambah rumit lagi.

Berdasarkan hasil wawancara di atas, diperoleh bahwa SO melakukan operasi

eliminasi dengan tetap konsisten dalam proses eliminasi yaitu, jika pada eliminasi pertama yang dieliminasi adalah C, maka pada proses eliminasi yang kedua juga tetap C dengan alasan supaya nantinya tidak bertambah rumit (SO1-007, SO1-008). Kemudian proses wawancara berlanjut seperti berikut.

Kode	P/J	Uraian
SO1-010	P	Ini 18-nya (menunjuk ke pekerjaan) dari mana?
SO1-010	J	18-nya itu hasil pengurangan antara 36... 36, 18. Selanjutnya itu 12 dan 30, pengurangannya itu... seharusnya disitu 18, jadi kesalahan disini tadi.

Eliminasi persamaan (2) dan (3)

$$\begin{aligned}
 9A + 3B + 6C &= -D \quad | \cdot 4 \quad 36A + 12B + 24C &= -4D \quad (4,6,8) \\
 3A + 3B + 4C &= -D \quad | \cdot 6 \quad 18A + 30B + 24C &= -6D \\
 \hline
 12A + 8B &= -2D \quad \dots (5)
 \end{aligned}$$

SO1-011	P	Ini sebenarnya, saat anda menuliskan 8B yang anda pikirkan memang 8?
SO1-011	J	Murni kesalahan perhitungan
SO1-012	P	Bagaimana cara berpikir anda sehingga 12B dikurang 30B anda tulis 8?
SO1-012	J	Yang terpikirkan itu memang nilai satunya sementara yang di depannya terlupakan.

Berdasarkan hasil wawancara SO di atas, pada saat melakukan operasi, subjek hanya mengoperasikan satuan dari bilangan yang dioperasikan (12B dikurangi 30B) dan melupakan bagian puluhannya (SO1-012). Kemudian proses wawancara berlanjut seperti berikut.

Kode	P/J	Uraian
SO1-013	P	Kalau yang pertamanya ini (menunjuk ke pekerjaan), ini kan disini anda tulis -6D disini juga -D, kalau dikurangkan?

Eliminasi persamaan (1) dan (2)

$$\begin{aligned}
 2A + 2B + C &= -D \quad | \cdot 6 \quad 12A + 12B + 6C &= -6D \quad (6) \\
 9A + 3B + 4C &= -D \quad | \cdot 1 \quad 9A + 3B + 4C &= -D \quad (7) \\
 \hline
 3A + 9B &= -6D \quad \dots (4) \\
 3A + 9B &= -6D \quad \dots (5)
 \end{aligned}$$

SO1-013 J Seharusnya disitu -5, salah liat saya kira tadi disini nol tadi.

Berdasarkan hasil wawancara di atas, diperoleh bahwa SO melakukan kesalahan operasi karena salah melihat "D" sebagai angka nol (SO1-013).

Berikut ini diberikan reduksi data terkait SO dari paparan di atas.

- Subjek melakukan operasi eliminasi tetap konsisten yaitu, jika pada eliminasi pertama yang dieliminasi adalah C, maka pada proses eliminasi yang kedua juga tetap C dengan alasan supaya nantinya tidak bertambah rumit (SO1-007, SO1-008)
- Subjek hanya mengoperasikan satuan dari bilangan yang dioperasikan (12B dikurangi 30B) dan melupakan bagian puluhannya (SO1-012).
- Kesalahan operasi karena salah melihat "D" sebagai angka nol (SO1-013).

## Wawancara Kedua

Berikut ini diberikan beberapa petikan transkrip dari hasil wawancara kedua kepada SO (subjek untuk kesalahan operasi).

Kode	P/J	Uraian
SO2-009	P	Ini yang kedua, eliminasi persamaan (2) dan (3), apa yang

anda eliminasi?

Eliminasi persamaan (2) dan (3) dari

$$\begin{aligned}
 2A + 3B + 5C &= -10 \\
 A + 3B + 7C &= -10 \\
 \hline
 A - 2C &= 0 \quad \dots (5)
 \end{aligned}$$

- SO2-009 J Sama juga, yang B.
- SO2-010 P Kenapa nda dieliminasi yang lain saja?
- SO2-010 J Karena kan kita mau bandingkan sebentar yang eliminasi pertama tadi, mengapa kita mengambil eliminasi variabel B, karena yang pertama juga tadi B, kalau misalnya yang kita eliminasi variabel C, maka akan muncul lagi nanti variabel B-nya sehingga akan susah nanti didapatkan ini A dan C-nya.

Berdasarkan hasil wawancara di atas, SO melakukan operasi eliminasi dengan tetap konsisten dalam proses eliminasi yaitu jika pada eliminasi pertama yang dieliminasi adalah B, maka pada proses eliminasi yang kedua juga tetap B (SO2-010). Kemudian proses wawancara berlanjut seperti berikut.

- Kode P/J Uraian
- SO2-015 P Kalau disini (menunjuk ke  $(-6 - 2)/3D$ )?
- $$\begin{aligned}
 A + \left(-\frac{2}{3}D\right) &= -2D \\
 A &= -\frac{6-2}{3}D \\
 &= -\frac{8}{3}D
 \end{aligned}$$
- SO2-015 J Terjadi kesalahan tadi, seharusnya disini  $+2$ .
- SO2-016 P Waktu tadi anda perhatikan, apa yang anda ingat, sehingga kurang memperhatikan tandanya?
- SO2-016 J Yang saya pikirkan hanya... kan biasanya tinggal dikasih pindah ruas disini, saya lupa tadi mengubah tandanya, seharusnya disitu  $-4$ .

Berdasarkan hasil wawancara di atas, SO melakukan operasi dengan memindahkan

suatu suku ke ruas lain tanpa mengingat perubahan tandanya (SO2-016). Kemudian proses wawancara berlanjut seperti berikut.

- Kode P/J Uraian
- SO2-020 P Terus yang ini (menunjuk ke D pada baris dua)?
- Subtitusi nilai A, B, C ke persamaan (1)
- $$\begin{aligned}
 -\frac{8}{3}Dx + 3By - \frac{2}{3}Dz + D &= 0 \\
 -8Dx + 9By - 2Dz + D &= 0 \\
 -8x + 9y - 2z + 1 &= 0
 \end{aligned}$$
- SO2-020 J Ow. Lupa tadi.
- SO2-021 P Waktu anda mengerjakan ini, kan anda ingat kali tiga semua, apa yang sempat terpikir sehingga anda tidak mengalami yang ini D-nya.
- SO2-021 J Saya lupaji tadi.

Berdasarkan hasil wawancara di atas, SO melakukan kesalahan pada operasi “mengalikan kedua ruas dengan 3”, ternyata subjek lupa mengalikan 3 pada salah satu suku pada ruas kiri persamaan (SO2-021).

Berikut ini diberikan reduksi data terkait SO dari paparan di atas.

- Subjek melakukan operasi eliminasi tetap konsisten dalam proses eliminasinya yaitu jika pada eliminasi pertama yang dieliminasi adalah B, maka pada proses eliminasi yang kedua juga tetap B (SO2-010).
- Operasi dengan memindahkan suatu suku ke ruas lain tanpa mengingat perubahan tandanya (SO2-016).
- Subjek lupa mengalikan 3 pada salah satu suku pada ruas kiri persamaan

ketika mengalikan persamaan dengan bilangan 3 (SO2-021).

### Validasi Data SO terkait Kesalahan Operasi

Validasi data SO terkait kesalahan yang dilakukannya divalidasi. Validasi ini dilakukan dengan melihat perbandingan hasil wawancara terhadap SO pada wawancara pertama dan wawancara kedua. Berikut ini diberikan table 1, yakni tabel perbandingan data hasil dari 2 kali wawancara yang dimaksud.

**Tabel 1.** Perbandingan hasil wawancara pertama dan kedua SO

Data Wawancara 1	Data Wawancara 2
Operasi eliminasi tetap konsisten yaitu, jika pada eliminasi pertama yang dieliminasi adalah C, maka pada proses eliminasi yang kedua juga tetap C dengan alasan supaya nantinya tidak bertambah rumit (SO1-007, SO1-008)	Operasi eliminasi tetap konsisten dalam proses eliminasinya yaitu jika pada eliminasi pertama yang dieliminasi adalah B, maka pada proses eliminasi yang kedua juga tetap B (SO2-010)
Subjek hanya mengoperasikan satuan dari bilangan yang dioperasikan (12B dikurangi 30B) dan melupakan bagian puluhannya (SO1-012)	Subjek lupa mengalikan 3 pada salah satu suku pada ruas kiri persamaan ketika mengalikan persamaan dengan bilangan 3 (SO2-021).

Berdasarkan tabel 1, diperoleh bahwa data SO kredibel. Karena itu, data tersebut selanjutnya menjadi acuan dalam analisis data. Perbandingan di atas memberikan hasil bahwa data-data terkait SO di atas valid dan dapat dianalisis lebih lanjut. Hasil wawancara terhadap subjek untuk

kesalahan operasi (SO) mengandung setidaknya dua hasil inti. Pertama adalah prinsip penggerjaan operasi eliminasi, kedua adalah kesalahan operasi yang dilakukan oleh subjek.

Subjek untuk kesalahan operasi (SO) menyelesaikan suatu proses eliminasi dengan melakukan eliminasi secara konsisten, yaitu untuk persamaan dengan empat variabel misal A, B, C, dan D, jika pada eliminasi pertama yang dieliminasi adalah variabel A maka pada eliminasi kedua yang dieliminasi juga tetap A (SO1-007, SO1-008, SO2-010). Subjek melakukan hal ini dengan maksud mengurangi banyaknya variabel supaya dapat diperoleh nilai tiap variabel (SO1-008, SO2-010). Prinsip penggerjaan eliminasi yang dipahami subjek ini sesuai dengan prinsip penggerjaan eliminasi yang sebenarnya untuk mendapatkan nilai tiap variabel, hal ini berarti subjek memahami dengan tepat prinsip penggerjaan eliminasi.

Subjek untuk kesalahan operasi (SO) melakukan kesalahan operasi dengan melupakan sebagian dari bilangan atau variabel yang dioperasikan (SO1-012, SO2-021). Pada wawancara pertama, subjek hanya mengoperasikan satuan dari bilangan yang dioperasikan (12B dikurangi 30B) dan melupakan bagian puluhannya (SO1-012), sedangkan pada wawancara

kedua, subjek lupa mengalikan 3 pada salah satu suku pada ruas kiri persamaan ketika mengalikan persamaan dengan bilangan 3 (SO2-021). Hal ini berarti kesalahan operasi terjadi pada subjek akibat subjek lupa mengoperasikan sebagian dari bilangan atau variabel yang dioperasikan.

Hasil wawancara yang diperoleh mengindikasikan bahwa subjek untuk kesalahan operasi (SO) tidak memperhatikan bagian puluhan dari bilangan yang dioperasikan. Hal ini menandakan kesalahan operasi yang terjadi pada saat menyelesaikan soal-soal geometri analitik ruang. Kesalahan perhitungan dikarenakan kurangnya ketelitian mahasiswa menjadi bentuk kesalahan operasi dalam menyelesaikan soal geometri (Purnomo & Machromah, 2017). Selain itu juga beberapa studi lain juga menemukan bahwa kesalahan operasi, khususnya kesalahan perhitungan menjadi bentuk kesalahan yang sering dialami ketika menyelesaikan masalah-masalah matematika termasuk geometri (Listiani et al., 2019); (Pamungkas & Wicaksono, 2019); (Imswatama & Muhammahan, 2016). Hal ini juga sejalan dengan Pranyata (2019) bahwa kesalahan mahasiswa pendidikan matematika Universitas Kanjuruhan Malang diantaranya berupa kesalahan perhitungan.

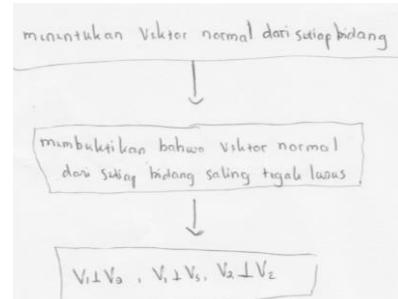
## 2. Kesalahan Prinsip Wawancara Pertama

Berikut ini diberikan beberapa petikan transkrip dari hasil wawancara pertama kepada SP (subjek untuk kesalahan prinsip).

Kode	P/J	Uraian
SP1-003	P	Kalo itu prisma, apa itu prisma?
SP1-003	J	Prisma adalah bangun ruang yang mempunyai penampang alas dan penutupnya sama dan kongruen.

Berdasarkan hasil wawancara di atas, SP mendefinisikan prisma sebagai bangun ruang yang mempunyai penampang alas dan penutupnya sama dan kongruen (SP1-003). Kemudian proses wawancara berlanjut seperti berikut.

Kode	P/J	Uraian
SP1-007	P	Kan, saudara sudah paham ini soalnya, dari soal ini, kira-kira bisa tidak saudara gambarkan bagannya tentang cara untuk menyelesaikan soal itu? Langkah kerjanya saja, tulis saja dulu!
SP1-007	J	(membuat bagan)

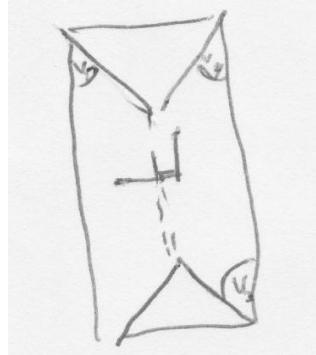


SP1-008	P	Sudah mi bagannya?
SP1-008	J	Ya
SP1-009	P	Sekarang coba jelaskan bagannya! Apa yang menjamin sehingga anda yakin ini bisa dipakai untuk membuktikan soal ini?
SP1-009	J	Pertama kita tentukan vektor normal setiap bidang kemudian membuktikan bahwa vektor normal

*setiap bidang itu saling tegak lurus, dimana dua bidang yang saling tegak lurus itu, perkalian vektor normalnya sama dengan nol.*

Berdasarkan hasil wawancara di atas, SP membuktikan ketiga bidang itu membentuk prisma dengan cara, pertama menentukan vektor normal setiap bidang kemudian membuktikan bahwa vektor normal setiap bidang itu saling tegak lurus (SP1-007,SP1-009). Kalimat “*dimana dua bidang yang saling tegak lurus itu, perkalian vektor normalnya sama dengan nol*” menunjukkan bahwa perkalian vektor normal yang saling tegak lurus sama dengan nol. Kemudian proses wawancara berlanjut seperti berikut.

<i>Kode</i>	<i>P/J</i>	<i>Uraian</i>
SP1-010	P	<i>Kenapa mesti dibuktikan bahwa dia tegak lurus, dari apanya anda pandang atau pertimbangkan?</i>
SP1-010	J	<i>Kan sisi-sisi tegaknya itu otomatis akan membentuk vektor normalnya yang saling tegak lurus</i>
SP1-011	P	<i>Kalau prisma?</i>
SP1-011	J	<i>Ya.</i>
SP1-012	P	<i>Sekarang OK, pemahamannya begitu, bisa digambarkan itu prisma! Darimananya itu diliat tegak lurus?</i>
SP1-012	J	<i>(menggambar)</i>



*(sambil menunjuk gambar) kan misalkan yang ini  $V_1$ , ini  $V_2$ , kemudian yang dibelakang sekali*

*itu misalkan  $V_3$ , kan misalkan ini vektor normalnya (sambil menggambar vektor normal dari  $V_1$ ), kemudian  $V_3$  kan vektor normalnya dari belakang sini (sambil menggambar vektor normal dari  $V_3$ ), kan dari sini nanti (sambil menunjuk gambar vektor normal  $V_1$  dan  $V_3$ ) saling tegak lurus.*

Kalimat “*Kan sisi-sisi tegaknya itu otomatis akan membentuk vektor normalnya yang saling tegak lurus*”, dari petikan wawancara di atas menunjukkan bahwa pada prisma, sisi-sisi tegaknya otomatis akan membentuk vektor normal yang saling tegak lurus. Hal ini dipertegas lagi pada gambar prisma dengan menggambarkan vektor normal  $V_1$  dan  $V_3$  yang saling tegak lurus (SP1-012).

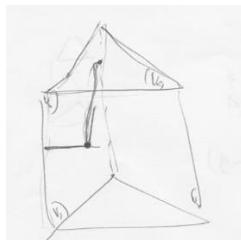
Kemudian proses wawancara berlanjut seperti berikut.

<i>Kode</i>	<i>P/J</i>	<i>Uraian</i>
SP1-020	P	<i>Kalau misalnya, vektor normalnya sendiri itu sebenarnya apa?</i>
SP1-020	J	<i>Arah normalnya, misalnya ada sebuah bidang rata maka vektor normalnya itu begini</i>
SP1-021	P	<i>Maksudnya begini itu bagaimana?</i>
SP1-021	J	<i>Maksudnya akan membentuk sebuah garis lurus, yang ke arah atasnya atau ke bawah, tergantung arahnya.</i>
SP1-022	P	<i>Bagaimana kalau misalnya bidangnya begini (sambil memperagakan sebuah bidang dengan telapak tangan), dimana vektor normalnya?</i>
SP1-022	J	<i>Maka vektor normalnya itu akan tegak lurus dengan bidangnya.</i>

Berdasarkan hasil wawancara di atas, SP memahami vektor normal suatu bidang sebagai suatu garis lurus berarah yang

tegak lurus dengan bidangnya (SP1-021, SP1-022). Kemudian proses wawancara berlanjut seperti berikut.

Kode	P/J	Uraian
SP1-045	J	Ini gambarnya (menunjuk ke gambar), misalkan inikan $V_1$ , $V_2$ , dan $V_3$ . Inikan saling berpotongan (menunjuk ke vektor normal $V_1$ dan $V_2$ ) kemudian perpotongan disini akan tegak lurus dengan vektor normalnya yang bidang atasnya.
SP1-046	P	Ini, garis ini, garis apa?



SP1-046	J	Vektor normalnya bidang $V_1$ kemudian $V_3$ itu yang ini. Perpotongannya nanti ini akan tegak lurus dengan bidang yang akan dicari
SP1-047	P	Jadi yang dicari nanti ini harus tegak lurus?
SP1-047	J	Ya
SP1-052	J	Pertama kan kita cari dulu perpotongan vektor normal $V_1$ dengan $V_3$ bisa juga $V_1$ dengan $V_2$ atau $V_2$ dengan $V_3$ , kemudian setelah dicari perpotongannya maka vektor normal dari bidang $V_4$ yang akan dicari luasnya akan tegak lurus dengan perpotongan vektor normal $V_1$ dan $V_3$ .
SP1-053	P	Kalo perpotongannya $V_1$ dan $V_3$ itu sebenarnya dimana?
SP1-053	J	Otomatis kan akan berada ditengah-tengah bangun ruang tersebut kemudian akan tegak lurus dengan vektor normal bidang yang akan ditentukan luasnya.
SP1-054	P	Apanya yang akan tegak lurus?
SP1-054	J	Vektor normal bidang yang akan dicari luasnya dengan titik

perpotongan vektor normal bidang-bidang tegaknya itu nanti akan tegak lurus.

Berdasarkan hasil wawancara di atas, SP memahami tentang perpotongan vektor normal bidang sisi tegak prisma yang tegak lurus dengan vektor normal bidang atasnya (SP1-045, SP1-046). Kalimat “kemudian setelah dicari perpotongannya maka vektor normal dari bidang  $V_4$  yang akan dicari luasnya akan tegak lurus dengan perpotongan vektor normal  $V_1$  dan  $V_3$ ” mempertegas bahwa menurut subjek, perpotongan vektor normal  $V_1$  dan  $V_2$  yang tegak lurus dengan vektor normal bidang  $V_4$  yang akan dicari luasnya.

Berikut ini diberikan reduksi data terkait SP dari paparan di atas.

- Prisma adalah bangun ruang yang mempunyai penampang alas dan penutupnya sama dan kongruen (SP1-003).
- Vektor normal setiap bidang sisi tegak prisma itu saling tegak lurus (SP1-007, SP1-009, SP1-012).
- Perkalian vektor normal yang saling tegak lurus sama dengan nol (SP1-009).
- Vektor normal suatu bidang sebagai suatu garis lurus berarah yang tegak lurus dengan bidangnya (SP1-021, SP1-022).
- Perpotongan vektor normal bidang sisi tegak prisma tegak lurus dengan vektor

normal bidang atasnya (SP1-045, SP1-046, SP1-052).

## Wawancara Kedua

Berikut ini diberikan beberapa petikan transkrip dari hasil wawancara kedua kepada SP (subjek untuk kesalahan prinsip).

Kode	P/J	Uraian
SP2-003	P	Tadi katanya kan prisma, trus prisma sendiri itu, sebenarnya bagaimana itu?
SP2-003	J	Prisma adalah bangun ruang yang dibatasi oleh bidang-bidang dimana alas dan penutupnya itu sama, kongruen.

Petikan wawancara di atas menunjukkan bahwa subjek mendefinisikan prisma sebagai bangun ruang yang dibatasi oleh bidang-bidang dimana alas dan penutupnya sama dan kongruen (SP2-003). Kemudian proses wawancara berlanjut seperti berikut.

Kode	P/J	Uraian
SP2-008	J	Saya andaikan dulu $V_1$ itu: $2x + 3y + 4z = 8$ dengan vektor arah $[2,3,4]$ , yang kedua itu: $6x + 8y + 10z = 3$ dengan vektor arah $[6,8,10]$ dan $V_3$ itu: $x + 2y + 3z = 2$ dengan vektor arah $[1,2,3]$ . Kemudian kita uji ke rumus yang pertama yaitu dengan cara mencari determinan dari matriks $3 \times 3$ yang telah dibentuk dari ketiga vektor arah ketiga bidang tersebut.

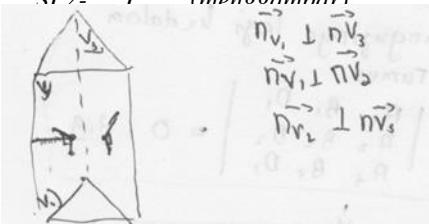
$$\begin{aligned}
 \text{Andaikan } V_1 : 2x + 3y + 4z = 8 & \quad \vec{n}_{V_1} = [2, 3, 4] \\
 V_2 : 6x + 8y + 10z = 3 & \quad \vec{n}_{V_2} = [6, 8, 10] \\
 V_3 : x + 2y + 3z = 2 & \quad \vec{n}_{V_3} = [1, 2, 3]
 \end{aligned}$$

SP2-009	P	Kalau yang ini kenapa mesti dicari seperti ini... Kenapa mesti kalau misalnya kita mau membuktikan bahwa dia prisma, mesti dibuktikan bahwa sama dengan nol?
SP2-009	J	Saya juga dapat ini dari buku, dari

009	P	yang pernah saya baca.
SP2-010	P	Kalau ini rumus anda tidak tahu kenapa bisa begitu?
SP2-010	J	Kalau itu saya juga kurang tahu, karena saya liat dari buku dan langsung pengaplikasianya. Jadi saya tidak tau dari mana asal-usulnya.

Berdasarkan hasil wawancara di atas, SP hanya sekedar mengetahui pengaplikasian rumus, sedangkan asal-usulnya tidak diketahui (SP2-009, SP2-010). Kemudian proses wawancara berlanjut seperti berikut.

Kode	P/J	Uraian
SP2-014	P	Bisa dituliskan disini tegak lurusnya! Gambar dulu
SP2-014	J	(menogambar)

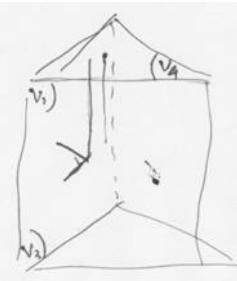


SP2-015	P	Tadikan anda katakan masing-masing vektor normalnya nanti saling tegak lurus, sekarang begini, bisa tidak anda ceritakan kembali dari segi mananya anda memandang bahwa itu nanti vektor normalnya saling tegak lurus!
SP2-015	J	Tadikan pertama itu telah ditentukan vektor normalnya, kemudian dibuktikan bahwa vektor normal bidang tersebut saling tegak lurus, kemudian apabila vektor normalnya saling tegak lurus maka dapat dikatakan bahwa bidang-bidang tersebut membentuk prisma.
SP2-016	P	Apa yang membuat anda yakin bahwa kalau nanti vektor normalnya saling tegak lurus maka akan membentuk prisma?
SP2-016	J	Kan itu prisma apabila bidang-bidang sisinya tegaknya itu, vektor normalnya akan saling tegak lurus.

Berdasarkan hasil wawancara di atas, SP membuktikan ketiga bidang membentuk prisma apabila vektor normal masing-

masing bidang saling tegak lurus (SP2-015). Kalimat “Kan itu prisma apabila bidang-bidang sisinya tegaknya itu, vektor normalnya akan saling tegak lurus” juga menunjukkan bahwa pemahaman subjek tentang prisma yang ditanyakan adalah bangun yang vektor normal bidang-bidang sisi tegaknya saling tegak lurus. Kemudian proses wawancara berlanjut seperti berikut.

Kode	P/J	Uraian
SP2-033	P	Bagaimana cara anda nanti untuk mencarinya?
SP2-033	J	Mungkin.. perpotongan antara vektor normal misalkan diambil salah satu bidang $V_1$ dan $V_2$ , perpotongannya itu akan sejajar dengan vektor normal bidang yang akan dicari.
SP2-034	P	Bisa digambarkan itu!
SP2-034	J	(menggambar)



Anggap itu  $V_4$  adalah bidang yang akan dicari yaitu penampang tegak lurusnya, kan vektor normalnya itu, misalkan begini gambarnya, vektor normalnya kan begini, sedangkan perpotongan vektor normal bidang  $V_1$  dengan bidang  $V_3$  itu, pasti ini akan tegak lurus dengan bidang  $V_4$ , otomatis vektor normal  $V_4$  akan sejajar dengan perpotongan vektor normal  $V_1$  dan  $V_3$ , sehingga vektor normalnya nanti akan sama dengan perpotongannya.

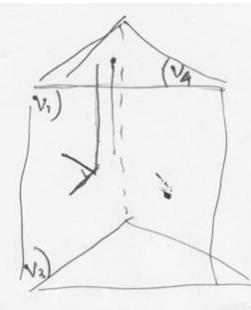
SP2-035 P Jadi nanti ini yang sejajar dengan vektor normalnya  $V_4$  adalah perpotongan vektor normal  $V_1$  dengan  $V_3$ , apakah akan sama saja dengan perpotongan  $V_1$  dengan  $V_2$  atau  $V_3$  dengan  $V_2$ ?

SP2-035 J Saya kira sama.

Kalimat “perpotongan antara vektor normal misalkan diambil salah satu bidang  $V_1$  dan  $V_2$ , perpotongannya itu akan sejajar dengan vektor normal bidang yang akan dicari” dari wawancara di atas mengindikasikan bahwa SP memiliki pandangan tentang perpotongan dari vektor normal bidang  $V_1$  dan  $V_2$  akan sejajar dengan vektor normal bidang yang akan dicari. Wawancara di atas juga mengindikasikan bahwa subjek berpendapat tentang perpotongan vektor normal bidang-bidang sisi tegak prisma pasti akan tegak lurus dengan bidang  $V_4$  yang akan dicari (SP2-034, SP2-035). Kemudian proses wawancara berlanjut seperti berikut.

Kode	P/J	Uraian
SP2-043	P	Dari mana anda dapatkan bahwa nanti itu hasil kali merupakan normalnya $V_4$ ?
SP2-043	J	Kan hasil kros itu, perpotongannya itu kan hasil kali krosnya akan membentuk suatu vektor yang tegak lurus dengan titik perpotongannya. Kan misalkan disini normalnya $V_1$ dan ini normalnya $V_3$ , apabila kita perkalian kros akan menghasilkan vektor yang tegak lurus dengan titik tersebut, jadi membentuk begini (menggambar garis lurus dari titik potong vektor normal $V_1$ dengan $V_3$ ), otomatis ini (menunjuk gambar) akan sejajar dengan vektor normal $V_4$ .

Berdasarkan hasil SP memahami perpotongan antara vektor normal



bidang (bidang sisi tegak prisma) akan berupa titik yang tegak lurus dengan hasil kali kros antara kedua vektor normal bidang sisi tegak prisma itu (SP2-043).

Berikut ini diberikan reduksi data terkait SP dari paparan di atas.

- a. Prisma adalah bangun ruang yang dibatasi oleh bidang-bidang dimana alas dan penutupnya sama dan kongruen (SP2-003).
- b. Asal-usul dari rumus yang digunakan tidak diketahui oleh subjek (SP2-009, SP2-010)
- c. Vektor normal bidang-bidang sisi tegak prisma saling tegak lurus (SP2-015, SP2-016).
- d. Perpotongan vektor normal bidang-bidang sisi tegak prisma pasti akan tegak lurus dengan bidang  $V_4$  yang akan dicari (SP2-033, SP2-034, SP2-035).
- e. Perpotongan dua vektor normal bidang akan berupa titik yang tegak lurus dengan hasil kali kros antara kedua vektor normal bidang itu (SP2-043).

#### Validasi Data SP terkait Kesalahan Prinsip

Validasi data SP terkait kesalahan yang dilakukannya divalidasi. Validasi ini dilakukan dengan melihat perbandingan hasil wawancara terhadap SP pada wawancara pertama dan wawancara kedua.

Berikut ini diberikan table 2, yakni tabel

perbandingan data hasil dari 2 kali wawancara yang dimaksud.

**Tabel 2.** Perbandingan hasil wawancara pertama dan kedua SP

Data Wawancara 1	Data Wawancara 2
Prisma adalah bangun ruang yang mempunyai penampang alas dan penutupnya sama dan kongruen (SP1-003)	Prisma adalah bangun ruang yang dibatasi oleh bidang-bidang dimana alas dan penutupnya sama dan kongruen (SP2-003)
Vektor normal setiap bidang sisi tegak prisma saling tegak lurus (SP1-007, SP1-009, SP1-012)	Vektor normal bidang-bidang sisi tegak prisma saling tegak lurus (SP2-015, SP2-016)
Perpotongan vektor normal bidang sisi tegak prisma tegak lurus dengan vektor normal bidang atasnya (SP1-045, SP1-046, SP1-052)	Perpotongan vektor normal bidang-bidang sisi tegak prisma pasti akan tegak lurus dengan bidang $V_4$ yang akan dicari (SP2-033, SP2-034, SP2-035)

Berdasarkan tabel 2, diperoleh bahwa data SP kredibel. Karena itu, data tersebut selanjutnya menjadi acuan dalam analisis data. Perbandingan di atas memberikan hasil bahwa data-data terkait SP di atas valid dan dapat dianalisis lebih lanjut. Hasil wawancara terhadap subjek untuk kesalahan operasi (SP) mengandung setidaknya tiga hasil inti. Pertama adalah pendefinisian prisma menurut SP, kedua adalah hubungan vektor normal setiap bidang sisi tegak prisma, dan ketiga adalah perpotongan vektor normal ketiga bidang sisi tegak prisma.

Subjek untuk kesalahan prinsip (SP) mendefinisikan prisma sebagai bangun

ruang yang mempunyai penampang alas dan penutupnya sama dan kongruen (SP1-003, SP2-003). Hal ini menunjukkan bahwa subjek mampu mendefinisikan prisma dengan baik.

Subjek untuk kesalahan prinsip (SP) memandang bahwa vektor normal setiap bidang sisi tegak prisma itu saling tegak lurus (SP1-007, SP1-009, SP1-012, SP2-015, SP2-016). Pandangan ini diungkapkan secara eksplisit oleh subjek pada wawancara pertama dan kedua yaitu pada saat subjek membuat bagan tentang cara membuktikan bahwa ketiga bidang tersebut membentuk prisma. Subjek juga menggambarkan vektor normal bidang rata-bidang rata yang membentuk prisma itu saling tegak lurus. Hal ini menunjukkan bahwa subjek salah dalam menghubungkan vektor normal setiap bidang sisi tegak prisma. Berdasarkan pendefinisiannya yang diketahui dengan tepat oleh subjek, mestinya yang diperhatikan adalah perpotongan setiap dua bidang rata sisi tegak prisma. Sesuai dengan pendefinisiannya subjek bahwa penampang alas dan penutup prisma itu kongruen, tentunya perpotongan setiap dua bidang rata akan sejajar dan tidak berimpit. Subjek juga mengungkapkan bahwa perpotongan vektor normal ketiga bidang sisi tegak prisma tegak lurus dengan vektor normal bidang atasnya (SP1-045, SP1-046, SP1-052) pada wawancara pertama.

Sedangkan pada wawancara kedua, subjek beranggapan bahwa perpotongan vektor normal bidang-bidang sisi tegak prisma pasti akan tegak lurus dengan bidang V4 yang akan dicari (SP2-033, SP2-034, SP2-035). Dari kedua pandangan subjek ini, meskipun kelihatannya berbeda tapi pada dasarnya kesalahan penafsiran subjek relatif sama saja. Kesalahannya terletak pada hal yang dibandingkan oleh subjek yaitu perpotongan vektor normal bidang rata sisi tegak dengan vektor normal bidang rata penampang tegak lurusnya. Dengan kata lain yang dibandingkan oleh subjek adalah suatu titik dengan suatu vektor yang tentu saja antara keduanya tidak bisa ditentukan apakah saling tegak lurus atau sejajar.

Hasil ini sejalan dengan salah satu kesalahan mahasiswa dalam menyelesaikan soal-soal geometri yang dikemukakan oleh Utami (2016) bahwa mahasiswa hanya memahami pernyataan secara perkusus. Kesalahan tersebut menandakan bahwa mahasiswa gagal melihat kasus-kasus secara keseluruhan, termasuk dalam menghubungkan kasus-kasus tersebut. Abidin (2012) juga mengemukakan hasil studinya bahwa kecenderungan kesalahan mahasiswa dalam mata kuliah trigonometri dan kalkulus adalah kesalahan prinsip.

## SIMPULAN DAN SARAN

Subjek untuk kesalahan operasi (SO) mengetahui dengan tepat prinsip penggerjaan soal tentang cara menentukan persamaan bidang rata jika diketahui bidang tersebut melalui tiga titik namun subjek salah dalam pengoperasian aritmatika aljabarnya yaitu subjek lupa mengoperasikan sebagian dari bilangan atau variabel yang dioperasikan.

Subjek untuk kesalahan prinsip (SP) melakukan kesalahan dalam membayangkan hubungan antara komponen dari beberapa persamaan. Subjek salah dalam menghubungkan vektor normal setiap bidang sisi tegak prisma dimana subjek menganggap bahwa vektor normal setiap bidang sisi tegak prisma itu saling tegak lurus. Hal ini menunjukkan bahwa subjek salah dalam membayangkan hubungan antara vektor normal setiap bidang. Selain itu, hal yang dibandingkan oleh subjek yaitu perpotongan vektor normal bidang rata sisi tegak dengan vektor normal bidang rata penampang tegak lurus dari prisma yang memiliki tiga bidang sisi tegak.

Studi ini hanya difokuskan dalam mendeskripsikan kesalahan operasi dan prinsip mahasiswa. Karena itu diharapkan juga kedepannya ada studi-studi yang bisa menghasilkan metode-metode mengatasi

masalah yang dihadapi dalam penyelesaian soal-soal geometri analitik ruang ini.

## DAFTAR PUSTAKA

- Abidin, Z. (2012). Analisis Kesalahan Mahasiswa Prodi Pendidikan Matematika Fakultas Tarbiyah IAIN Ar-Raniry dalam Mata Kuliah Trigonometri dan Kalkulus 1. *Jurnal Ilmiah Didaktika*, XIII(1), 183–196.
- Hidayat, T. (2019). Analisis Kesalahan Konsep Dan Kesalahan Prosedur Dalam Menyelesaikan Soal Bangun Ruang Sisi Datar. *Jurnal Equation: Teori Dan Penelitian Pendidikan Matematika*, 2(2), 105–115.
- Imswatama, A., & Muhammadiyah, N. (2016). Analisis Kesalahan Mahasiswa Dalam Menyelesaikan Soal Geometri Analitik Bidang Materi Garis Dan Lingkaran. *Suska Journal of Mathematics Education*, 2(1), 1–12.
- Junaedi, I. (2012). Tipe Kesalahan Mahasiswa dalam Menyelesaikan Soal-Soal Geometri Analitik Berdasar Newman's Error Analysis (NEA). *Kreano: Jurnal Matematika Kreatif-Inovatif*, 3(2), 125–133.
- Listiani, T., Dirgantoro, K. P. S., Saragih, M. J., & Tamba, K. P. (2019). Analisis Kesalahan Mahasiswa Pendidikan Matematika Dalam Menyelesaikan Soal Geometri Pada Topik Bangun Ruang [Error Analysis of Students in the Mathematics Department in Solving Geometry Problems on the Topic of Solid Figures]. *JOHME: Journal of Holistic Mathematics Education*, 3(1), 44–62.
- Masud, S. (2020). Analisis Kesalahan Fakta dan Konsep Mahasiswa dalam Menyelesaikan Soal Geometri Analitik Ruang. *Didaktika: Jurnal*

*Kependidikan*, 14(2), 147–162.

Miles, B. M., & Huberman, M. (1992). Qualitative Data Analysis: A Sources of New Method - Analisi Data Kualitatif: Buku Sumber tentang Metode-Metode Baru (T. R. Rohidi (ed.)). In *UI Press*. UI Press.

Nanna, A. W. I., Pratiwi, E., & Anggraeni, C. (2020). Analisis Kesalahan Mahasiswa PGSD Dalam Menyelesaikan Masalah Geometri. *Sigma*, 6(1), 66–77.

Pamungkas, M. D., & Wicaksono, A. B. (2019). Analisis kesalahan mahasiswa dalam menyelesaikan soal geometri bidang berdasarkan teori newman. *Prosiding Konferensi Nasional Penelitian Matematika Dan Pembelajarannya (KNPMP) IV*, 1–9.

Pranyata, Y. I. P. (2019). Analisis kesalahan Mahasiswa Pendidikan Matematika Universitas Kanjuruhan Malang dalam Menyelesaikan Soal Geometri. *JIP: Jurnal Inspirasi Pendidikan*, 9(2), 77–84.

Purnomo, M. E. R., & Machromah, I. U. (2017). Geometri Ruang di Perguruan Tinggi : Kesalahan mahasiswa Menyelesaikan Soal Berdasarkan Prosedur Newman. *Seminar Matematika Dan Pendidikan Matematika UNY 2017*, 435–442.

Sugiyono, P. 2011. *Metodologi penelitian kuantitatif kualitatif dan R&D*. Alpabeta, Bandung.

Utami, A. D. (2016). Tipe Kesalahan Mahasiswa Dalam Menyelesaikan Soal-Soal Geometri Berdasar Newman'S Error Analysis (NEA). *JIPM (Jurnal Ilmiah Pendidikan Matematika)*, 4(2), 85–92.

Yazidah, N. I. (2017). Analisis Kesalahan Menyelesaikan Soal Pembuktian Geometri Euclid Ditinjau Dari Gender Pada Mahasiswa Ikip Budi Utomo Malang. *KALAMATIKA: Jurnal Pendidikan Matematika*, 2(1), 71–80.